

拓樸優化實現自由形式矩陣傅立葉光學 Topology optimization enables freeform matrix Fourier optics

劉語慈¹, 吳昀倩¹, 林承億, 蘇煥騰, 周毓琦, 黃耀緯^{1*}

Yu-Tzu Liu¹, Yu-Chien Wu¹, Chang-Yi Lin, Huan-Teng Su, Yu-Qi Zhou, and Yao-Wei Huang^{1}*

¹ 國立陽明交通大學光電工程學系, 新竹市東區大學路 1001 號田家炳光電大樓

*E-mail: ywh@nycu.edu.tw

摘要

超穎介面透過微結構調控操縱光，不僅增強設計靈活性更縮小傳統光學元件的尺寸，為光學領域帶來革命性變革。然而，傳統的正向設計方法在相位-結構轉換常存在誤差；反向設計方法，如拓樸優化，直接針對目標相位分布優化結構，可實現幾乎任意形狀。本研究結合正向設計與反向拓樸優化實現矩陣傅立葉光學，開發出單層超穎介面，能將不同偏振狀態的入射光繞射至遠場特定位置。我們使用伴隨法與基於梯度下降的拓樸優化，同步提升各偏振態之繞射效率，使自由形狀超穎介面可同時調制六種混合偏振態，符合矩陣傅立葉光學概念，並於數值模擬與實驗中分別展現高達 94.4% 與 98.7% 的偏振對比度。這類偏振選擇性超穎光柵在未來可望增強偏振分析能力，同時縮小元件尺寸並提升便利性。

關鍵字：超穎介面、反向設計、拓樸優化、矩陣傅立葉光學、自由形狀超穎介面

一、簡介

電磁波的發現將偏振概念引入純量傅立葉光學 (scalar Fourier optics, SFO) 亦稱為繞射光學^[1]。偏振在自然界中被廣泛應用於偵測、導航和溝通^[2,3]，同時對天文、分子化學及生物醫學診斷等科學領域也極具重要價值^[4,5]。考慮光的向量偏振特性，向量傅立葉光學 (vector Fourier optics, VFO) 將近場電場描述為多個瓊斯向量 (Jones vector) 的向量空間分布，任一瓊斯向量都可以表示為兩個相互獨立且正交的偏振分量組合^[6]。超穎介面可於奈米尺度下實現 VFO^[7-9]。結合傳播相位和幾何相位，單一超晶胞 (supercell) 結構的單層超穎界面可以同時編寫對應任兩個正交偏振態所需的兩個不同相位分布^[10]，但這種方法僅限於同時控制兩個正交偏振態響應的兩個功能。為了突破這項限制，相關工作陸續提出垂直堆疊^[11-14] 或空間複用^[15-18] 等方法實現兩種以上的偏振調控能力。如圖 1a 所示，超穎介面可因此實現空間變化的偏振響應，但單一超晶胞結構的單層超穎界面仍無法支援兩種以上具空間變化的偏振設計。

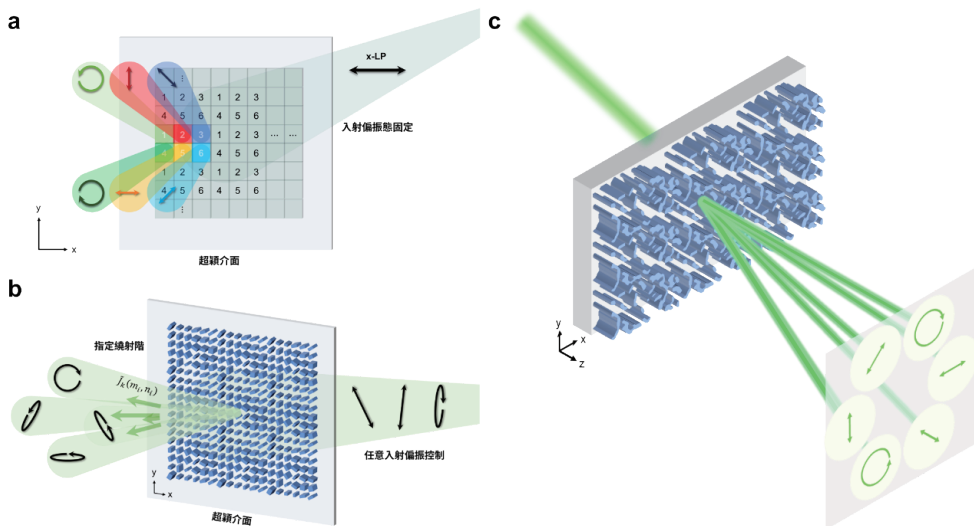


圖 1. 向量與矩陣傅立葉光學之示意圖。(a) 實現多種偏振生成之向量傅立葉光學超穎介面。(b) 矩陣傅立葉光學實現任意偏振調變的超穎介面。(c) 自由形狀矩陣傅立葉光學超穎介面，將六種不同偏振態繞射至不同的繞射階。

為實現更全面的空間偏振操控，Rubin 等^[19,20] 提出矩陣傅立葉光學 (matrix Fourier optics, MFO) 一直接對繞射元件的近場瓊斯矩陣 (Jones matrix) 做傅立葉轉換，實現在遠場不同繞射階的多偏振調控 (圖 1b)。這項突破允許多偏振獨立控制的全斯托克偏振成像^[19]、電腦生成瓊斯矩陣全像術^[21] 以及穆勒矩陣成像^[22]。瓊斯矩陣的非對角線項也透過偏振轉換提供額外的功能與自由度。多達 11 個獨立通道的偏振複用儘管已藉由基因演算法最佳化實現^[23]，仍須利用垂直堆疊的超穎介面^[24] 消除全像影像的串擾。目前 MFO 超穎介面的實作仍依賴正向設計—每個超穎原子基於么正矩陣 (unitary matrix) 和週期性邊界條件的假設建模，常忽略振幅調變控制，導致多個偏振間的振幅和相位難

以真正獨立調製。

本研究中^[25]，我們透過反向拓樸優化設計的自由形狀超穎介面實現 MFO 概念。如圖 1c 所示，我們的超穎介面能夠將特定的入射偏振光分別繞射至六個指定階，各自對應所設計的遠場偏振態。反向設計利用最佳化演算法根據自定義的品質因數 (figure of merit, FoM) 迭代改進結構幾何形狀，從而大幅減少設計誤差並提高精度^[26]。雖然機器學習擅長處理複雜的非線性問題，但模型預訓練需要大量數據集和密集運算^[27,28]。演化演算法和基因樹最佳化能實現全域優化，但缺乏梯度跟新使收斂速度緩慢^[29-31]。相較之下，拓樸優化依賴梯度下降不斷改進每個像素的折射率分佈，實現高設計靈活度的自由形狀結構^[32-36]。透過搭配伴隨法^[32,37]進行高效梯度計算，拓樸優化特別適合大規模超穎介面設計。儘管拓樸優化容易陷入局部極小或極大值，尤其當 FoM 考慮多功能時，我們以已滿足圓偏振 (circular polarization, CP) 和線偏振 (linear polarization, LP) 基本繞射功能的正向設計 VFO 超穎介面作為反向拓樸優化的初始值來避免此困境。這確保了更高效的全域最佳解搜索，並為高性能、多偏振設計的超穎介面奠基。

二、使用向量傅立葉光學的正向設計

首先，我們設計超穎原子 (meta-atom) 為矩形二氧化鈦 (TiO_2) 奈米柱以週期 (U) 為 400 奈米的三角晶格排列。工作波長 (λ) 為 532 奈米，柱高 (h) 固定為 600 奈米，如圖 2a 所示。三角晶格配置可在高數值孔徑或短波長操作條件下降低混疊效應，抑制非預期繞射並促進光波前的有效調控^[38]。柱寬 (W_x, W_y) 介於 100 到 335 奈米，乃基於製程可行性和完整相位延遲覆蓋間取得的實際平衡。接著，我們以 6 個超穎原子為一個大週期的超晶胞組成超穎光柵 (metagrating)，用於偵測全斯托克偏振分析所需的 6 個關鍵偏振態：4 個 LPs (水平 $|H\rangle$ 、垂直 $|V\rangle$ 、 45° 對角線 $|D\rangle$ 和 135° 反對角線 $|A\rangle$) 和 2 個 CPs (左圓 $|L\rangle$ 和右圓 $|R\rangle$)。超穎光柵的週期設定為 1.2 微米，對應主繞射角約 26.3° 。

為建構此超穎介面，我們定義一個尺寸為 2.4 微米 \times 1.387 微米的矩形超晶胞，有效加倍原始週期以增加設計自由度。每對正交偏振共用一個超穎介面設計，其方位角分別為 0° 、 60° 與 120° 。為求清晰，我們採笛卡爾座標描述繞射階—例如 $(1, 0)$ 表示 x 方向的第一階繞射和 y 方向的第 0 階繞射。利用超穎原子的傳播相位，輸出態 $|H\rangle$ 、 $|V\rangle$ 、 $|D\rangle$ 與 $|A\rangle$ 分別被設計繞射至 $(2, 0)$ 、 $(-2, 0)$ 、 $(-1, 1)$ 與 $(1, -1)$ 階；同時，透過幾何相位， $|L\rangle$ 與 $|R\rangle$ 分別轉換為 $|R\rangle$ 與 $|L\rangle$ 並繞射至 $(1, 1)$ 與 $(-1, -1)$ 階。圖 2a 說明了各繞射、其方向及對應的偏振態。圖 2b-d 則展示各案例之正向設計結構的示意圖。最後，我們將三個正向設計的光柵疊加作為拓樸優化的初始結構以實現矩陣傅立葉光學，如圖

2e 所示。

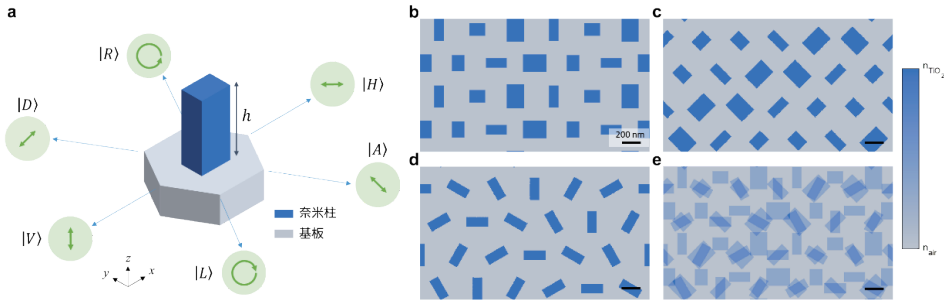


圖 2. 正向設計超穎介面示意圖。(a) 六角晶格排列的超穎原子，以及預先設計的入射偏振態（綠色圓圈內箭頭）與其在對應繞射方向的輸出偏振態（以 ket 符號表示）。(b) 利用傳播相位調變設計之 $|H\rangle - |V\rangle$ 超穎介面。(c) 利用傳播相位調變設計之 $|D\rangle - |A\rangle$ 超穎介面。(d) 利用幾何相位調變設計之 $|L\rangle - |R\rangle$ 超穎介面。(e) 三個正向設計超穎光柵疊加後的初始圖案。

三、矩陣傅立葉光學的反向設計

本研究設計 MFO 自由形狀超穎光柵的方法總結如下。我們採用拓樸優化方法進行反向設計，並以正向設計圖形 (ρ_0 ，數值範圍介於 0 到 1，對應空氣和 TiO_2 之間的折射率) 作為初始條件。設定好優化參數後，即如圖 3a 所示流程開始優化。每次迭代中， ρ_0^q (q 表示第 q 次迭代) 都需先歷經兩次模糊和對比函數的圖形處理，得到一個 0/1 分布的二元圖形 (ρ_4^q)，確保製成可行性並使材料分布趨向純空氣或純 TiO_2 。隨後，我們使用嚴格波耦合分析 (RCWA) [39] 對光柵進行電磁模擬，取得近場瓊斯矩陣 $J(x, y)$ 以及指定繞射階 (m_i, n_i) 的遠場瓊斯矩陣 $\tilde{J}_k(m_i, n_i)$ ，定義為：

$$\tilde{J}_k(m_i, n_i) = \mathcal{F}\{J(x, y)\} \quad (1)$$

每一個入射偏振態 (λ_i) 通過超穎介面轉換為其共軛偏振 (λ_i^*) 後，在對應繞射階上的目標繞射效率 ($T_{\lambda_i^* \lambda_i}$) 可直接透過其遠場瓊斯矩陣快速計算求得：

$$T_{\lambda_i^* \lambda_i} = |\langle \lambda_i^* | \tilde{J}_k(m_i, n_i) | \lambda_i \rangle|^2 \quad (2)$$

(m_i, n_i) 表示對應第 i 個入射偏振態 λ_i 的遠場繞射階。例如： $(2, 0)$ 對應 T_{HH} 、 $(-2, 0)$ 對應 T_{VV} 、 $(1, 1)$ 對應 T_{RL} 、 $(-1, -1)$ 對應 T_{LR} 、 $(-1, 1)$ 對應 T_{DD} 、 $(1, -1)$ 對應 T_{AA} 。第 q 次迭代的品質因數 (FoM^q) 則定義為優化過程中六個目標繞射效率 ($N=6$) 的平均值，即：

$$FoM^q = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N T_{\lambda_i^* \lambda_i} \quad (3)$$

我們使用基於伴隨法的拓樸優化進行梯度計算 [32,40]。正向模擬可得近場電場和指定繞射階的複振幅，反向模擬則利用正向模擬之繞射複振幅決定的伴隨入射相位，反向求解伴隨電場。一次正向和一次反向模擬即可求解 FoM^q 的梯度 (G_4^q)，此梯度乃對應經圖形處理後的圖案 (ρ_4^q)，需再經由鏈鎖律 (chain rule) 轉換為對應初始輸入圖形 (ρ_0^q)

的梯度 (G_0^q)。最後根據 FoM^q 和梯度 G_0^q 更新初始輸入圖形 (ρ_0^{q+1}) 完成一次迭代。

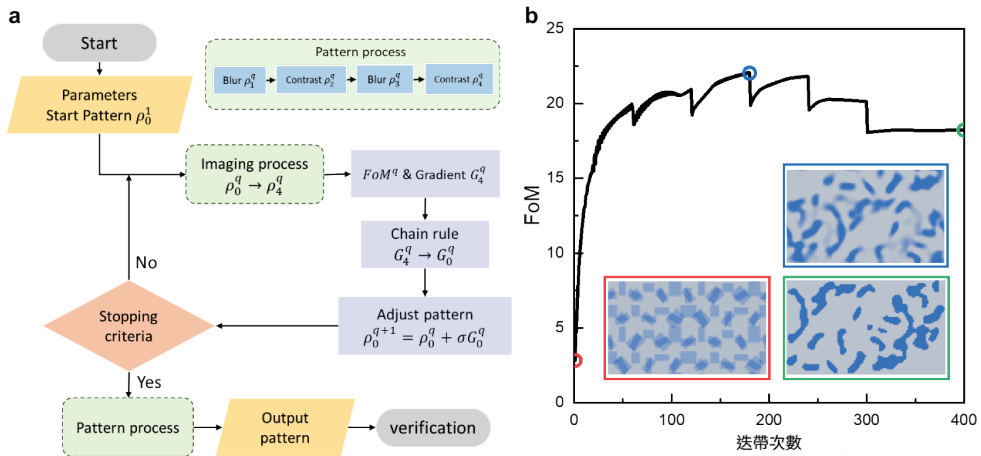


圖 3. 拓模優化流程與實際優化趨勢。(a) 優化流程示意圖。(b) 優化過程中 FoM 趨勢隨迭代的變化及對應結構的演變。

在 400 次迭代優化過程中，FoM 以及單一超晶胞光柵圖型分佈的變化如圖 3b 所示。關鍵迭代（例如第 1 次、第 180 次和第 400 次）呈現圖形設計的演變，分別標示在圖 3b 的插圖中。FoM 在第 180 次迭代時已接近其最佳值，但有可能是陷入局部最大值。為了使優化有機會跳脫局部最大值，我們每 60 次迭代刻意進行一次模糊處理。然而第 180 次迭代以後的 FoM 皆無顯著提升且梯度分布亦幾乎趨近於零，說明優化已收斂，當前解停留在局部最大值或已達到全域最佳值。此時的圖形分布無足夠對比，使其能在製程圖案中實現梯度折射率；因此，模糊與對比函數持續作用，改進結構直到第 400 次迭代時最終收斂為僅含兩種折射率 (n_{TiO_2} 和 n_{air}) 的二元設計。偶爾出現的效率驟降對應為增強優化（透過逃脫局部極大值）而刻意引入的模糊處理。

原則上，圖 3b 僅代表一個可能的優化過程。初始圖案（如圖 2e）是由三個正向設計光柵的結構疊加而成，而其疊加方式存在一定自由度。最終選擇圖 2e 圖形進行實驗驗證是評估不同疊加方式優化後之繞射效率和偏振對比度的結果。

四、實驗結果

我們採用電子束微影、原子層沉積等技術製作自由形狀超穎介面樣品。圖 4a-b 分別為製作樣品的掃描電子顯微鏡 (SEM) 俯視與側視影像，顯示光柵結構高度約 600 奈米但缺失中心特徵和部分小結構。為評估實際製作樣品的光學性能，我們根據 SEM 影像對原始設計進行微幅修正，並將原始與修正後的結構匯入有限時域差分法 (FDTD, Lumerical) 模擬工具進行分析。相較於 RCWA，FDTD 直接讀取結構圖檔，因此能更準確重現曝光後的幾何形狀，對實際製作的自由形狀結構進行更精確的性能分析。兩種圖案的 FDTD 模擬顯示，微小改變對繞射效率和偏振對比度影響不大，故後續皆以修正圖

形的 FDTD 結果作為實際製程樣品的模擬數據。圖 4c 顯示不同入射偏振 (以 ket 符號表示) 通過樣品後的繞射圖形, 其中紅色圓圈的光點標示各入射偏振對應之設計繞射階。然而, 我們觀察到在 $(\pm 1, 0)$ 與 $(0, \pm 1)$ 非設計繞射階有微弱光點, 可能歸咎於優化過程中未加入三角晶格的對稱性限制—使用正方晶格模擬六角單元結構, 導致實際量測時出現額外的一階正方晶格繞射。未來可在設計時將晶格限制納入考量以抑制非預期繞射階; 惟此類約束可能同時降低繞射效率或偏振對比度。

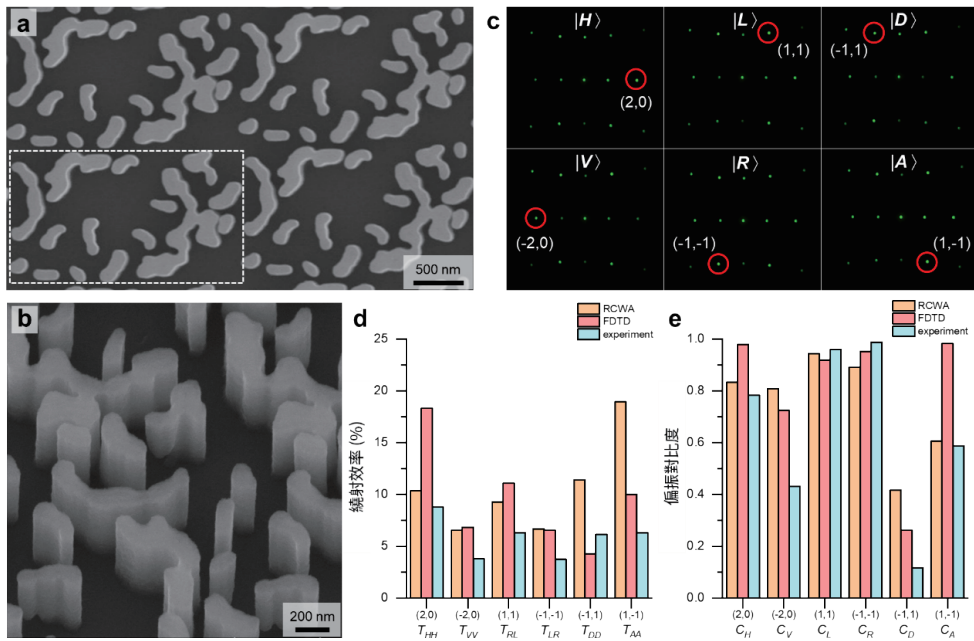


圖 4. 混合偏振自由形狀超穎介面的實驗結果與分析。(a) 自由形狀超穎介面樣品的 SEM 影像, 虛線標示一個超晶胞。(b) 製程樣品的側視圖。(c) 不同入射偏振態通過樣品後對應的繞射圖案, 紅色圓圈標示各偏振態對應的繞射階。(d) 繞射效率之量測結果 (藍柱) 與模擬結果 (橘柱為 RCWA 模擬結果, 紅柱為 FDTD 模擬結果) 比較。(e) 偏振對比度之量測結果 (藍柱) 與模擬結果 (橘柱為 RCWA 模擬結果, 紅柱為 FDTD 模擬結果) 比較。其中, RCWA 用以評估原始優化結構的性能, 而 FDTD 考慮製程可行性與製程後結構損失的影響。

量測過程中, 我們在對應每個目標輸出偏振的繞射階處放置功率計以測量樣品的繞射效率。為評估製程偏差的影響, 我們比較原始優化結構的 RCWA 模擬 (橘柱) 以及移除部分特徵之樣品結構的 FDTD 模擬 (紅柱), 如圖 4d 所示。整體而言, 實驗結果 (藍柱) 與 RCWA 和 FDTD 模擬趨勢一致, 但效率略低: RCWA 平均約 10%, 實驗結果平均約 7%。另外, 實驗數據顯示在 $(-1, 1)$ 與 $(1, -1)$ 階的繞射效率明顯下降, 此現象也可在 FDTD 模擬中察覺, 主因可能與缺失特徵有關。整體效率降低可歸因於兩個密切相關的因素。首先, 多偏振調控本身即伴隨串擾。六個繞射通道具部分相干, 能量稍微會洩漏至相鄰階^[23]。例如, $(2, 0)$ 儘管是 $|H\rangle$ 入射時的主要輸出階, 在其他階仍出

現可量測的繞射光點，說明多功能與效率之間的基本權衡關係。其次，使用的數值模型本身即求近似解。例如，RCWA 以適量的傅立葉諧波數建模，而 FDTD 模擬依賴有限解析度的網格設定。這些選擇確保運行時間可控，但也降低了數值精度導致效率低估。

我們進一步計算各入射偏振在設計繞射階的偏振對比度 C_{λ_i} ，其定義如下：

$$C_{\lambda_i} = \frac{T_{\lambda_i^* \lambda_i}^{(m_i, n_i)} - T_{\lambda_{i\perp}^* \lambda_{i\perp}}^{(m_i, n_i)}}{T_{\lambda_i^* \lambda_i}^{(m_i, n_i)} + T_{\lambda_{i\perp}^* \lambda_{i\perp}}^{(m_i, n_i)}} \quad (4)$$

其中 $\lambda_{i\perp}$ 表示與設計入射偏振正交的偏振態。模擬與實驗結果的比較如圖 4e 顯示，偏振對比度在 (1, 1) 階的模擬數值高達 94.37%，而在 (-1, -1) 階的實驗測量值高達 98.68%。整體而言，實驗結果與 RCWA 和 FDTD 模擬趨勢一致。然而在 (-1, 1) 階，優化圖形的 RCWA 模擬（橘柱）和移除特徵圖案的樣品結構之 FDTD 模擬（紅柱）都呈現低於平均的偏振對比度，實驗數值甚至更低。歸咎於製程誤差、通道串擾外，不同模擬方法中的建模配置，也可能對模擬結果與實驗數據間的差異產生不同影響。

五、總結

這篇工作整合正向設計與反向拓樸優化，展示了一個混合偏振應用的自由形狀超穎介面。我們的方法藉由 VFO 的正向設計，確認了自由形狀 MFO 超穎介面的可行性，並拓展其於偏振光學領域的應用。透過疊加三個具備不同正交偏振響應功能的超穎介面，使優化初始值即接近一個有利的局部極大值，從而提高基於梯度的拓樸優化收斂於滿足複雜混合偏振最佳解的能力。此元件對六個不同偏振在對應繞射階都有顯著的繞射效率，最高偏振對比度可達 98.68%。

儘管模擬與實驗結果存在的些微差異可能源於製程誤差對光柵結構的影響，以及不同數值模擬方法的建模差異，自由形狀超穎介面仍顯示了拓樸優化實現 MFO 的潛力。然而，高設計自由度也可能因提升結構複雜性而使演算法陷入局部極值的風險增加。未來透過引入更多物理限制簡化優化、調整目標函數以強調特定偏振態，或在優化過程中考慮製程變異性，可使設計更符合目標性能並增強製程穩健性與容錯程度。此外，結合拓樸優化與機器學習或許可以找到更全域的最佳解，儘管需要大量初始和優化圖案進行訓練^[41,42]。整體而言，我們的方法有望將偏振光學應用於遙測、大氣科學、醫學診斷、材料分析、化學感測、機器視覺和自駕系統等因複雜性而面臨挑戰等領域。

本研究原文發表於《Advanced Optical Materials》^[25]，亦獲選為該期刊內後封面^[43]。

致謝

本研究得到台灣國家科學及技術委員會的支持（計畫編號 113-2112-M-A49-025）。作者也感謝台灣教育部玉山青年學者計畫的支持。本研究部分在國立陽明交通大學奈米元件中心（NFC）、國立陽明交通大學奈米科學與技術中心（CNST）以及台灣半導體研究中心（TSRI）完成。

參考文獻

- [1] J. W. Goodman, *Introduction to Fourier Optics*, 3rd ed. (Roberts & Co., Englewood, Colo, 2005).
- [2] T. W. Cronin, N. Shashar, R. L. Caldwell, J. Marshall, A. G. Cheroske, and T.-H. Chiou, *Integrative and Comparative Biology* **43**, 549 (2003).
- [3] T. Heinloth, J. Uhlhorn, and M. F. Wernet, *Front. Cell. Neurosci.* **12**, (2018).
- [4] C. He, H. He, J. Chang, B. Chen, H. Ma, and M. J. Booth, *Light Sci Appl* **10**, 194 (2021).
- [5] T. Robishaw and C. Heiles, in *The WSPC Handbook of Astronomical Instrumentation*, Vol. 1 (WORLD SCIENTIFIC, 2021), pp. 127–158.
- [6] R. R. McLeod and K. H. Wagner, *Adv. Opt. Photon.*, AOP **6**, 368 (2014).
- [7] N. Yu, F. Aieta, P. Genevet, M. A. Kats, Z. Gaburro, and F. Capasso, *Nano Lett.* **12**, 6328 (2012).
- [8] A. Arbabi, Y. Horie, M. Bagheri, and A. Faraon, *Nature Nanotech* **10**, 937 (2015).
- [9] E. Arbabi, S. M. Kamali, A. Arbabi, and A. Faraon, *ACS Photonics* **5**, 3132 (2018).
- [10] J. P. Balthasar Mueller, N. A. Rubin, R. C. Devlin, B. Groever, and F. Capasso, *Phys. Rev. Lett.* **118**, 113901 (2017).
- [11] Y.-W. Huang, N. A. Rubin, A. Ambrosio, Z. Shi, R. C. Devlin, C.-W. Qiu, and F. Capasso, *Opt. Express*, OE **27**, 7469 (2019).
- [12] Z. Shi, N. A. Rubin, J.-S. Park, and F. Capasso, *Phys. Rev. Lett.* **129**, 167403 (2022).
- [13] Y. Bao, F. Nan, J. Yan, X. Yang, C.-W. Qiu, and B. Li, *Nat Commun* **13**, 7550 (2022).
- [14] A. Palmieri, A. H. Dorrah, J. Yang, J. Oh, P. Dainese, and F. Capasso, *Opt. Express*, OE **32**, 8146 (2024).
- [15] P. C. Wu, W.-Y. Tsai, W. T. Chen, Y.-W. Huang, T.-Y. Chen, J.-W. Chen, C. Y. Liao, C. H. Chu, G. Sun, and D. P. Tsai, *Nano Lett.* **17**, 445 (2017).
- [16] Z.-L. Deng, J. Deng, X. Zhuang, S. Wang, K. Li, Y. Wang, Y. Chi, X. Ye, J. Xu, G. P. Wang, R. Zhao, X. Wang, Y. Cao, X. Cheng, G. Li, and X. Li, *Nano Lett.* **18**, 2885 (2018).
- [17] F. Ding, B. Chang, Q. Wei, L. Huang, X. Guan, and S. I. Bozhevolnyi, *Laser & Photonics Reviews* **14**, 2000116 (2020).
- [18] Q. Song, A. Baroni, R. Sawant, P. Ni, V. Brandli, S. Chenot, S. Vézian, B. Damilano, P. de Mierry, S. Khadir, P. Ferrand, and P. Genevet, *Nat Commun* **11**, 2651 (2020).
- [19] N. A. Rubin, G. D'Aversa, P. Chevalier, Z. Shi, W. T. Chen, and F. Capasso, *Science* **365**, eaax1839 (2019).
- [20] N. A. Rubin, Z. Shi, and F. Capasso, *Adv. Opt. Photon.*, AOP **13**, 836 (2021).
- [21] N. A. Rubin, A. Zaidi, A. H. Dorrah, Z. Shi, and F. Capasso, *Science Advances* **7**, eabg7488 (2021).
- [22] A. Zaidi, N. A. Rubin, M. L. Meretska, L. W. Li, A. H. Dorrah, J.-S. Park, and F. Capasso, *Nat. Photon.* **18**, 704 (2024).
- [23] B. Xiong, Y. Liu, Y. Xu, L. Deng, C.-W. Chen, J.-N. Wang, R. Peng, Y. Lai, Y. Liu, and M. Wang, *Science* **379**, 294 (2023).
- [24] R. Zhang, Y. Guo, F. Zhang, M. Pu, Y. Fan, Q. Zhang, X. Li, M. Xu, J. Xu, and X. Luo, *Laser & Photonics Reviews* **18**, 2400126 (2024).
- [25] Y.-T. Liu, Y.-C. Wu, C.-Y. Lin, H.-T. Su, Y.-Q. Zhou, and Y.-W. Huang, *Advanced Optical Materials* **13**, 2500872 (2025).

- [26] Z. Li, R. Pestourie, Z. Lin, S. G. Johnson, and F. Capasso, *ACS Photonics* **9**, 2178 (2022).
- [27] W. Ma, Z. Liu, Z. A. Kudyshev, A. Boltasseva, W. Cai, and Y. Liu, *Nat. Photonics* **15**, 77 (2021).
- [28] C.-H. Lin, S.-H. Huang, T.-H. Lin, and P. C. Wu, *Nat Commun* **14**, 6979 (2023).
- [29] J. R. Ong, H. S. Chu, V. H. Chen, A. Y. Zhu, and P. Genevet, *Opt. Lett.*, **OL 42**, 2639 (2017).
- [30] D. Z. Zhu, E. B. Whiting, S. D. Campbell, D. B. Burckel, and D. H. Werner, *ACS Photonics* **6**, 2741 (2019).
- [31] C.-H. Lin, Y.-S. Chen, J.-T. Lin, H. C. Wu, H.-T. Kuo, C.-F. Lin, P. Chen, and P. C. Wu, *Nano Lett.* **21**, 4981 (2021).
- [32] D. Sell, J. Yang, S. Doshay, R. Yang, and J. A. Fan, *Nano Lett.* **17**, 3752 (2017).
- [33] Z. Shi, A. Y. Zhu, Z. Li, Y.-W. Huang, W. T. Chen, C.-W. Qiu, and F. Capasso, *Science Advances* **6**, eaba3367 (2020).
- [34] H.-T. Su, L.-Y. Wang, C.-Y. Hsu, Y.-C. Wu, C.-Y. Lin, S.-M. Chang, and Y.-W. Huang, *Nano Lett.* **24**, 10055 (2024).
- [35] T. Choi, C. Choi, J. Bang, Y. Kim, H. Son, C. Kim, J. Jang, Y. Jeong, and B. Lee, *Nano Lett.* **24**, 10980 (2024).
- [36] M. Choi, J. Kim, S. Moon, K. Shin, S.-W. Nam, Y. Park, D. Kang, G. Jeon, K. Lee, D. H. Yoon, Y. Jeong, C.-K. Lee, and J. Rho, *Nat. Mater.* **24**, 535 (2025).
- [37] C. M. Lalau-Keraly, S. Bhargava, O. D. Miller, and E. Yablonovitch, *Opt. Express*, *OE* **21**, 21693 (2013).
- [38] S. Kim, J. Kim, K. Kim, M. Jeong, and J. Rho, *Nat Commun* **16**, 411 (2025).
- [39] J. P. Hugonin and P. Lalanne, *arXiv:2101.00901*.
- [40] J. Jiang, R. Lupoiu, E. W. Wang, D. Sell, J. P. Hugonin, P. Lalanne, and J. A. Fan, *Opt. Express*, *OE* **28**, 13670 (2020).
- [41] J. Jiang, D. Sell, S. Hoyer, J. Hickey, J. Yang, and J. A. Fan, *ACS Nano* **13**, 8872 (2019).
- [42] J. Jiang and J. A. Fan, *Nano Lett.* **19**, 5366 (2019).
- [43] Y.-T. Liu, Y.-C. Wu, C.-Y. Lin, H.-T. Su, Y.-Q. Zhou, and Y.-W. Huang, *Advanced Optical Materials* **13**, e70179 (2025).